

Sistema FIEB



PELO FUTURO DA INOVAÇÃO

ÁLGEBRA BOOLEANA






Introdução à Lógica de Programação

Prof. Lucas Amparo Barbosa

Semestre letivo 2020.2



O que veremos hoje?

-  Histórico da Álgebra Booleana
-  Operadores
-  Postulados e Teoremas
-  Simplificações
-  Exemplos Práticos



Um breve Histórico



- 👍 Lógica Formal, derivada da Filosofia
- 👍 Boole simplificou as frases utilizando operadores matemáticos
- 👍 Shannon demonstrou que poderiam ser utilizados em comutação telefônica.

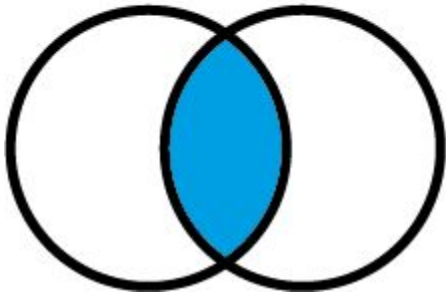
O que é Álgebra de Boole?

Sistema matemático composto por operadores, regras, postulados e teoremas

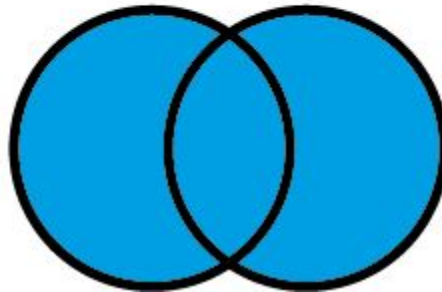
- Dois valores: 0 ou 1
- Duas operações: E e OU
- Negação: Inverte o estado da variável

OPERADORES BÁSICOS (FUNDAMENTAIS)

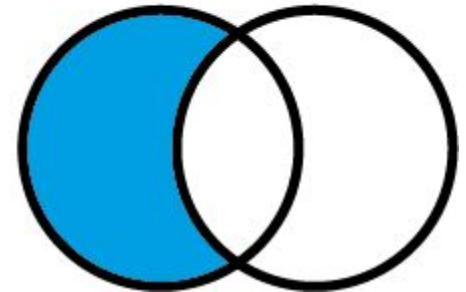
AND



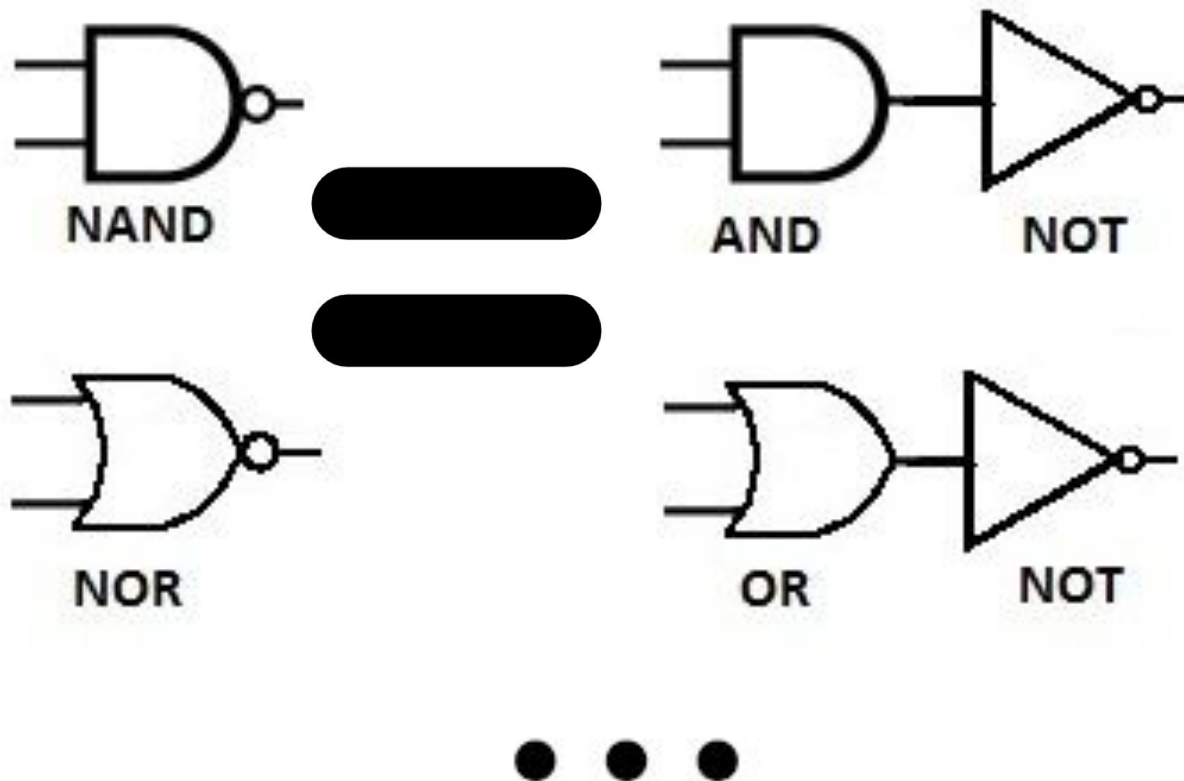
OR



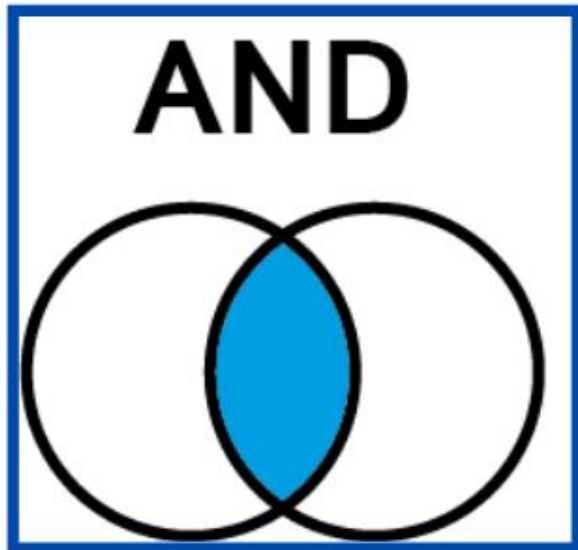
NOT



OPERADORES DERIVADOS (SECUNDÁRIOS)



Operadores Fundamentais

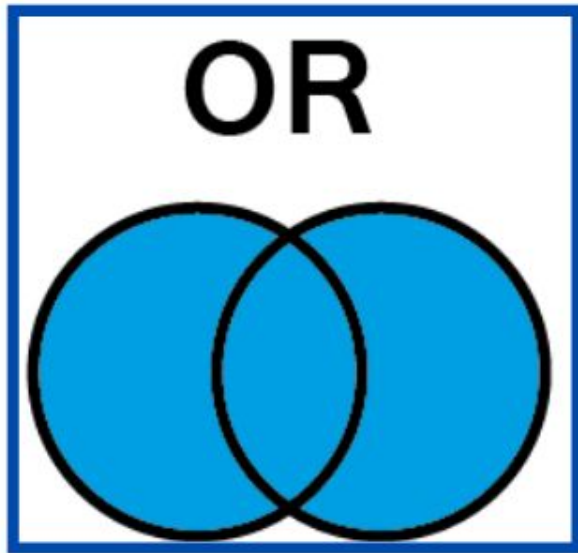


Resulta em 1 se todas as variáveis forem 1.



TABELA VERDADE - AND		
A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Operadores Fundamentais



Resulta em 1 se ao menos uma variável for 1.

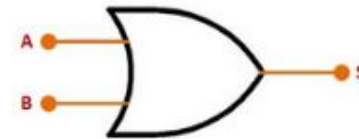
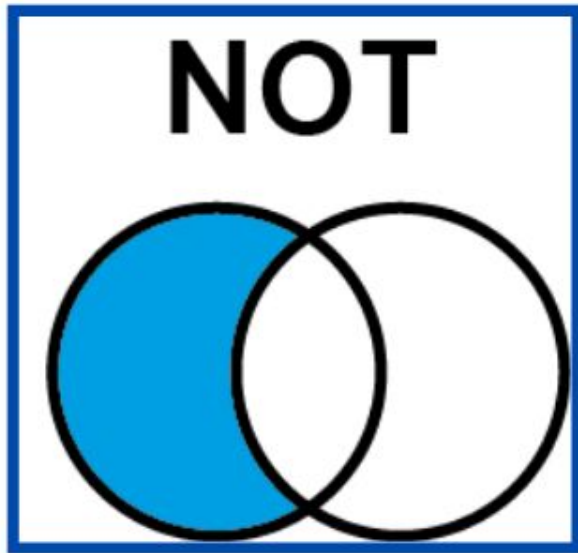


TABELA VERDADE - OR		
A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Operadores Fundamentais



Inverte o estado da variável

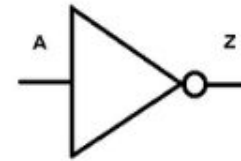


TABELA VERDADE - NOT	
A	$\sim A$
0	1
1	0

Operadores Secundários - XOR

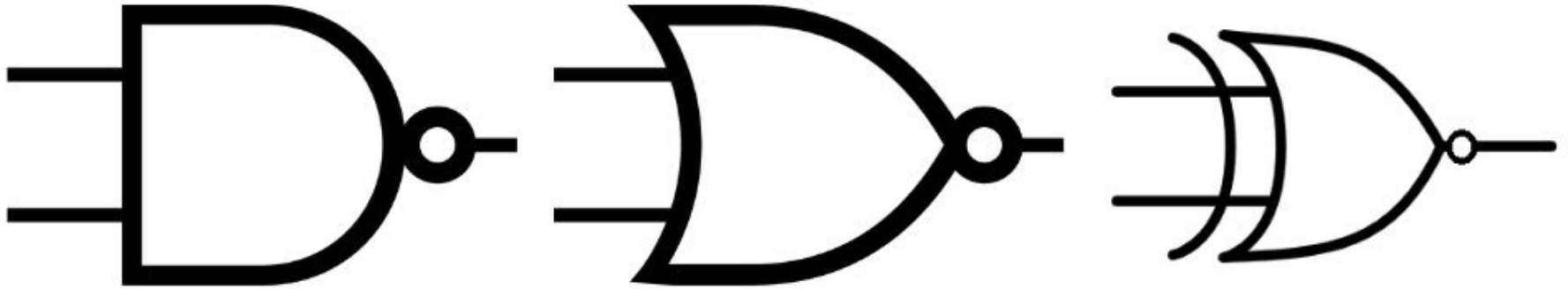


Resulta em 1 se as variáveis
fossem diferentes



A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Operadores Secundários



Resumo Tabela Verdade

A	B	AND	NAND	OR	NOR	XOR	NXOR
0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1

POSTULADOS, TEOREMAS E PROPRIEDADES

- Complemento
 - Se $A = 0$, então $A' = 1$
- Adição
 - Outro nome para OU
- Multiplicação
 - Outro nome para E
- Identidade
 - $A + 0 = A$
 - $A * 1 = A$
- Comutativa
 - $A + B = B + A$
 - $A * B = B * A$

POSTULADOS, TEOREMAS E PROPRIEDADES

- Associativa

- $A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$
- $A * (B * C) = (A * B) * C = A * B * C$

- Distributiva

- $A + (B * C) = (A + B) * (A + C)$
- $A * (B + C) = (A * B) + (A * C)$

- Absorção

- $A + (A * B) = A$
- $A * (A + B) = A$

- De Morgan

- $(A * B)' = A' + B'$
- $(A + B)' = A' * B'$

Prove que

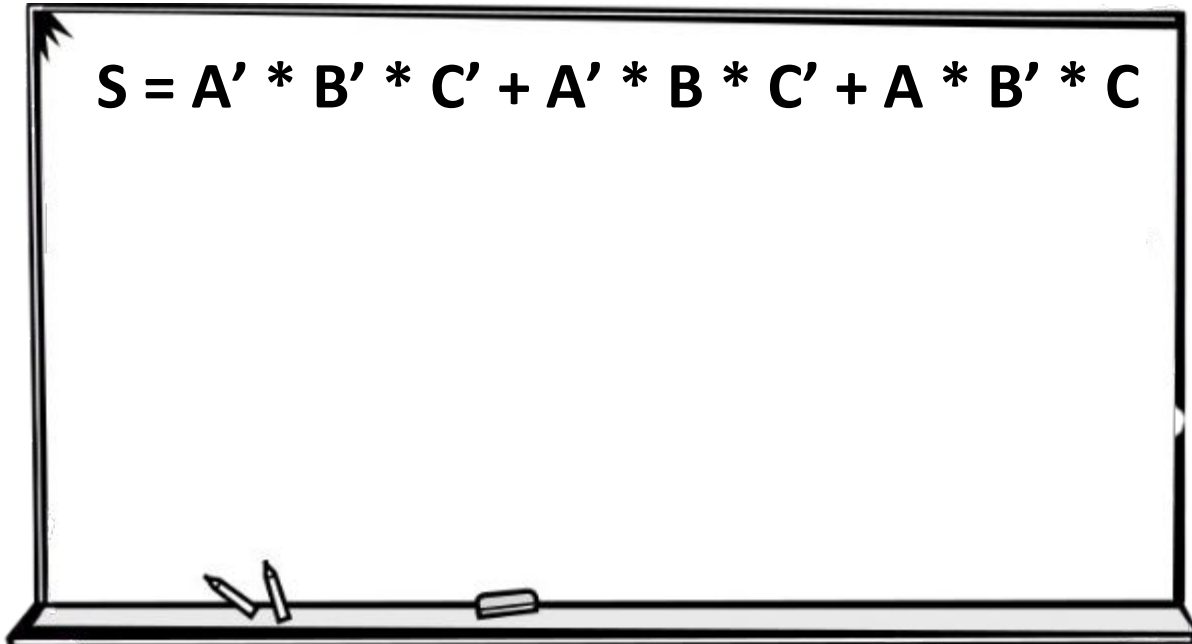
$$A + (A * B) = A$$

e

$$A * (A + B) = A$$

SIMPLIFICAÇÃO

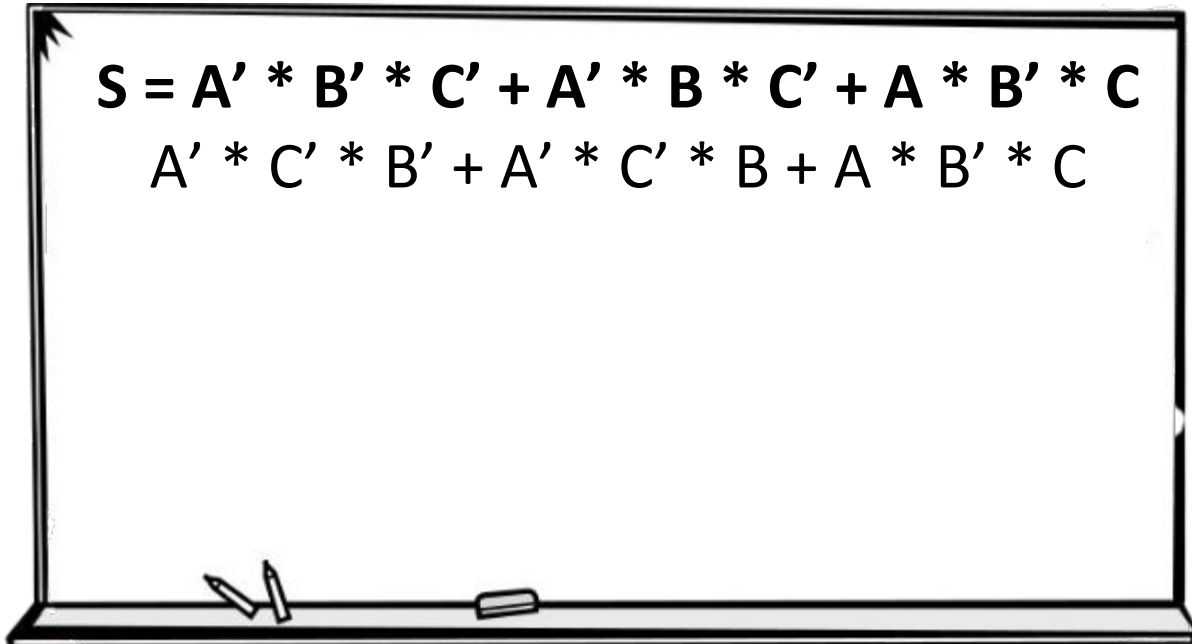
$$S = A' * B' * C' + A' * B * C' + A * B' * C$$



SIMPLIFICAÇÃO

$$S = A' * B' * C' + A' * B * C' + A * B' * C$$

$$A' * C' * B' + A' * C' * B + A * B' * C$$



SIMPLIFICAÇÃO

$$S = A' * B' * C' + A' * B * C' + A * B' * C$$

$$A' * C' * B' + A' * C' * B + A * B' * C$$

$$A' * C' * (B' + B) + A * B' * C$$

SIMPLIFICAÇÃO

$$S = A' * B' * C' + A' * B * C' + A * B' * C$$

$$A' * C' * B' + A' * C' * B + A * B' * C$$

$$A' * C' * (B' + B) + A * B' * C$$

$$A' * C' * 1 + A * B' * C$$

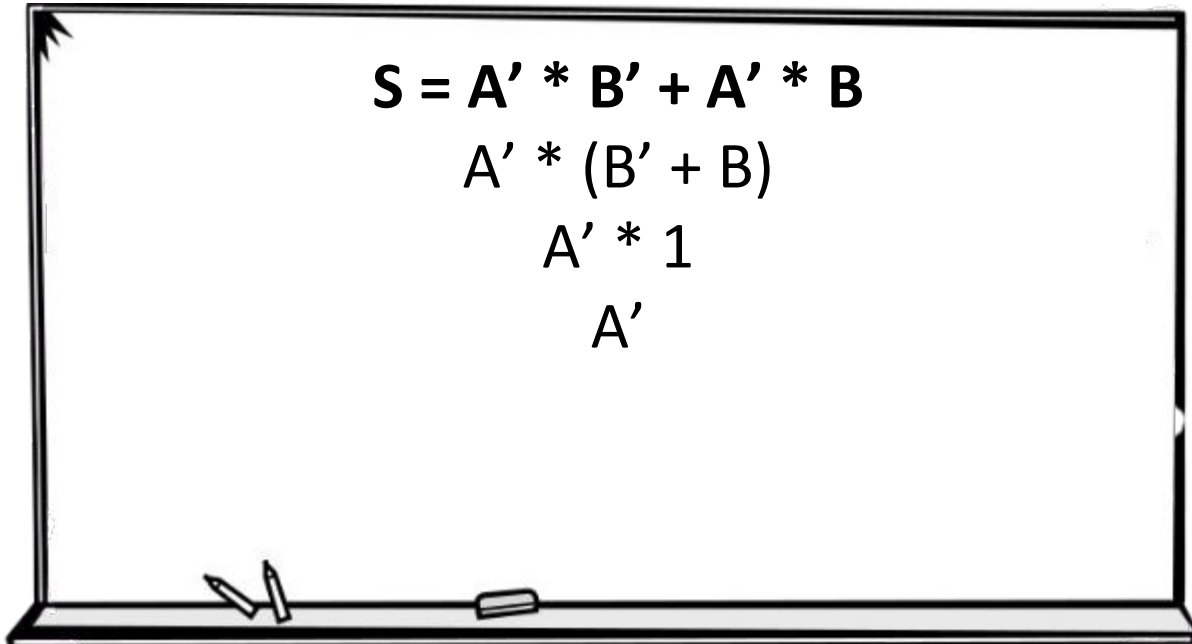
SIMPLIFICAÇÃO

$$S = A' * B' + A' * B$$

$$A' * (B' + B)$$

$$A' * 1$$

$$A'$$




RESOLVA!!!!

$$S = A' * B' * C' + A' * B * C + A' * B * C' + A * B' * C' + A * B * C$$

E

$$S = (A + B + C) * (A' + B' + C)$$



Mas qual a utilidade
de saber isso tudo,
professor?

Números Binários

Computadores são, atualmente, sistemas digitais.



Sua "menor parte" é o bit.

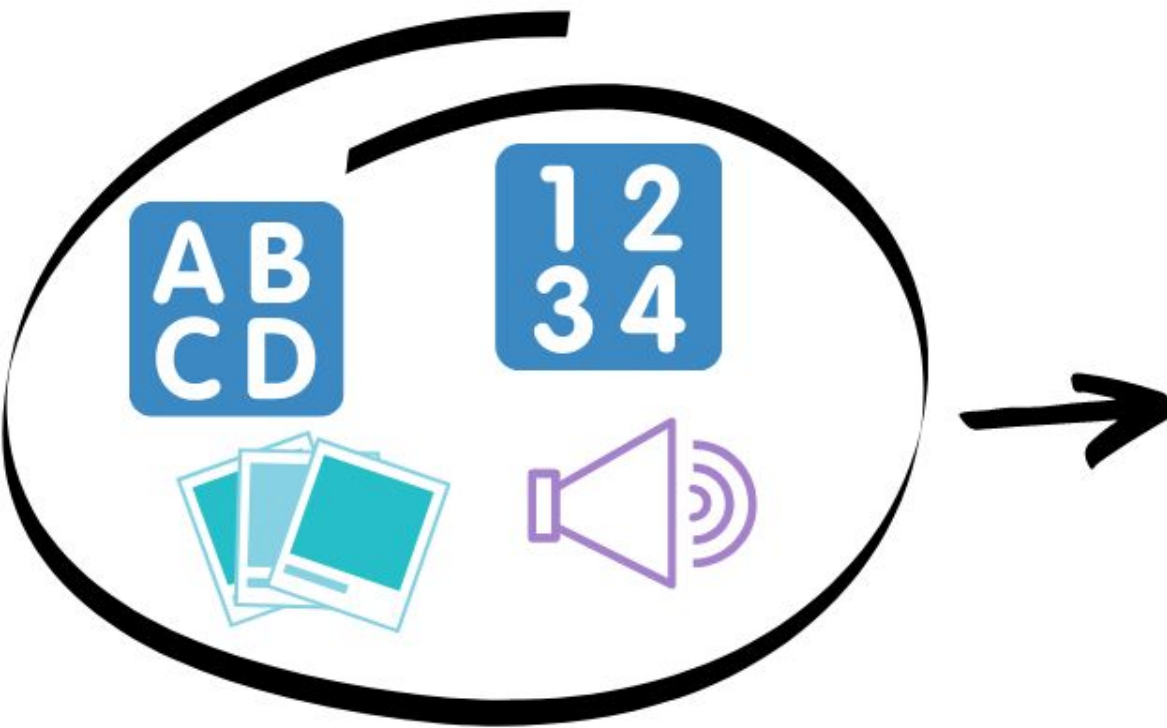
Um bit 0 representa a ausência.

Um bit 1 representa a presença.

Ausência ou Presença do que?

Eletricidade, Magnetismo ou Luz

(vai depender da tecnologia aplicada)



Tudo no computador é transformado em binário!!!

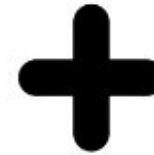
Mas porque? Qual a vantagem?

```
101101110111
111000101111
101110110110
000101111011
010110111110
101101110111
111000101111
101110110110
000101111011
010110111110
101101110111
111000101111
101110110110
000101111011
010110111110
101101110111
111000101111
```

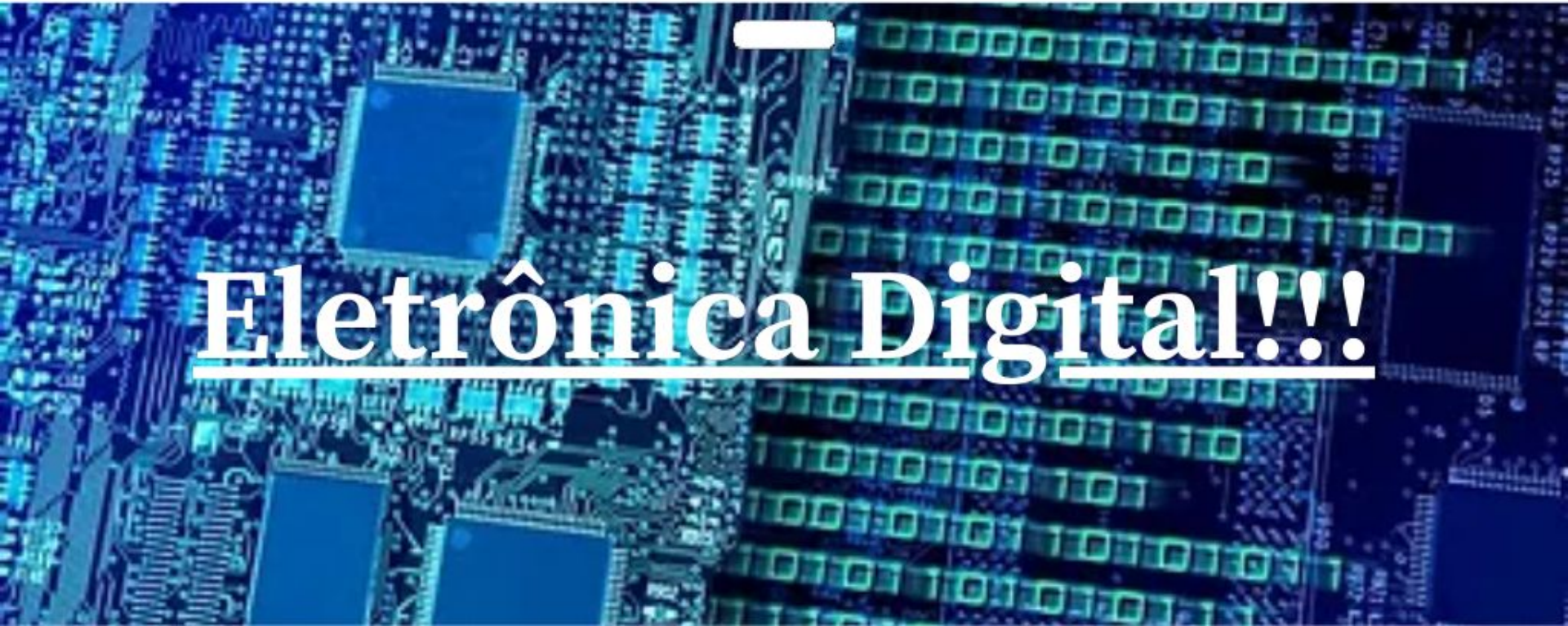
Álgebra de Boole

Energia Elétrica

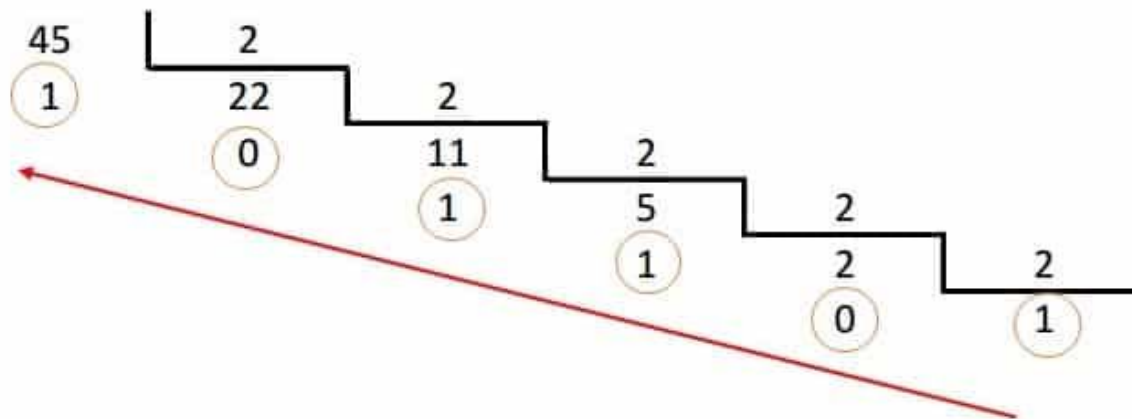
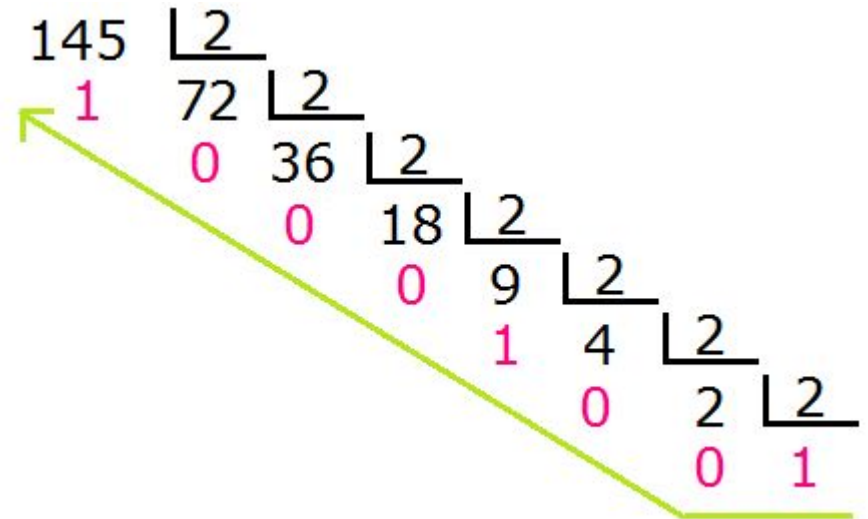
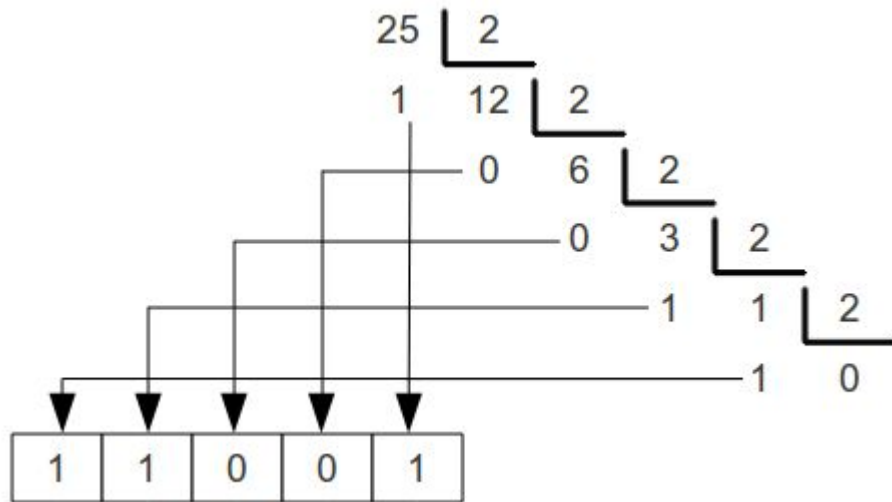
Inovação



Eletrônica Digital!!!



DECIMAL PARA BINÁRIO



BINÁRIO PARA DECIMAL

$$110101_2$$
$$1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
$$32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 53$$

$$110101_2 = 53_{10}$$

1 0 1 1 0 1 0 1

128 64 32 16 8 4 2 1

$$\rightarrow 1 \times 128 + 0 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 181$$

A stylized illustration of a laptop with a white screen and a black border. The screen contains text about binary conversions. The laptop is shown from a slightly elevated perspective, with a light gray base.

CONVERTA:

150 para binário

225 para binário

11011010 para decimal

10001011 para decimal

Legal isso aí.
Mas continuo sem
entender qual a
aplicabilidade
disso tudo



Pequeno gafanhoto,
Agora é a hora de você
entender como o seu
computador processa os
dados que você enviou.
Está preparado?



Acredite se quiser...



Computadores executam diversas
operações matemáticas...

Só que eles só sabem

"SOMAR"





**NÃO É
POSSÍVEL!!!**

COMO O COMPUTADOR FAZ ADIÇÃO?

$$50 + 25 = ???$$

$$50_{10} = 110010_2$$

$$25_{10} = 11001_2$$

$$\begin{array}{r} + \quad \mathbf{110010} \\ \quad \mathbf{011001} \\ \hline \mathbf{1001011} \end{array}$$

$$1001011_2 = 75_{10}$$

COMO O COMPUTADOR FAZ SUBTRAÇÃO?

E se eu passar essa operação aqui?

$$50 - 25 = ???$$

Como resolver????

COMO O COMPUTADOR FAZ SUBTRAÇÃO?

E se eu passar essa operação aqui?

$$50 - 25 = ???$$

Como resolver????

COMPLEMENTO DE 2!!!!

Primeiro, devemos executar o complemento de 2 no 25 e somá-lo ao 50

$$\begin{array}{r} 011001 \\ \leftarrow 100110 \\ \quad + 1 \\ \hline \boxed{100111} \end{array}$$

COMO O COMPUTADOR FAZ SUBTRAÇÃO?

E se eu passar essa operação aqui?

$$50 - 25 = ???$$

Como resolver????

COMPLEMENTO DE 2!!!!

Primeiro, devemos executar o complemento de 2 no 25 e somá-lo ao 50

$$\begin{array}{r} 011001 \\ \rightarrow 100110 \\ + 1 \\ \hline \boxed{100111} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110010 \\ + 100111 \\ \hline \cancel{1}011001 \end{array}$$

A stylized illustration of a laptop with a thick black border and a light gray base. The screen is white and contains the following text:

RESOLVA

120 + 81
36 + 91

150 - 24
79 - 3


RESOLVA

$$120 + 81$$

$$36 + 91$$

$$150 - 24$$

$$79 - 3$$



E como computar
multiplicação?
E a divisão?



PARA SE DISTRAIR

[Portas Lógicas em Minecraft \(Vídeo Em Inglês\)](#)





Para saber mais...

- [Álgebra Booleana \(Vídeo\)](#)
- [Circuitos Lógicos \(Apostila\)](#)
- [Algumas Aplicações Cotidianas \(Artigo\)](#)
- [Introdução a Computação \(Slide\)](#)
- [Complemento de 2 \(Artigo\)](#)